Kaksosparadoksi

Kaksosparadoksilla tarkoitetaan kuvitteellista pitkäaikaista avaruuslentoa, jossa suurella nopeudella avaruusaluksessa matkustanut kaksonen ikääntyy maahan jäänyttä kaksosta vähemmän, ja maahan palattuaan on veljeään/siskoaan nuorempi.

Kaksosparadoksi on seuraus ajan suhteellisuudesta aluksen kiihdytyksestä riippuvana ja lennon kestosta kiihdytyksen tuottamalla nopeudella. Aluksen valtavalla nopeudella inertiaalissa kauan keräämä aikadilataatio edustaa kaksosten ikääntymiseroa. Nopeuden pitää olla valtava, että se mainittavasti ikään vaikuttaisi. Kaksosparadoksia kuvattaessa käytetään usein nopeutena 0,6·c (c = valonnopeus). No sehän on ihan utopiaa, että ihminen joskus voisi matkustaa niin nopeasti.

Lento käsittää vaiheet: kiihdytys, lento vakionopeudella (inertiaalissa), jarrutus ja kiihdytys kotiin kääntyessä, lento vakionopeudella ja jarrutus maahan palatessa. Vaiheet kuvattu Minkowskin diagrammissa, kuva 2. (Oikean diagrammin maailmanviivat eivät edusta laskettuja arvoja - näyttää vain periaatteen.)

Kaksosparadoksi voidaan ajatella tapahtuvaksi koordinaatistossa, joka on lukittu Aurinkoon. Aluksen kiihdyttäessä, sen aika hidastuu. Inertiaalissa eli aluksen tasaisen nopeuden vaiheessa aluksen ajan hidastuminen kasvaa. Maa ei kiihdytä yhteisessä koordinaatistossa, eikä sen aika sen vuoksi hidastu lainkaan. Hidastuminen ei siis ole symmetristä, kuten Lorentzin ajan dilataatioyhtälön symmetria-teorian mukaan pitäisi olla. Aluksen näkökulmasta Maan aika päinvastoin nopeutuu. (Maa radallaan ei koe edes keskeiskiihtyvyyttä, kun se vaeltaa painottomassa tilassa radallaan.) Oppimateriaaleissa kaksosparadoksin kuvauksissa yleisesti mainitaan aivan oikein inertiaalikehystään muuttavan (kiihdyttävän) ajan kuluvan hitaammin, mutta virheellisesti aikojen hidastuvan inertiaalissa symmetrisesti.

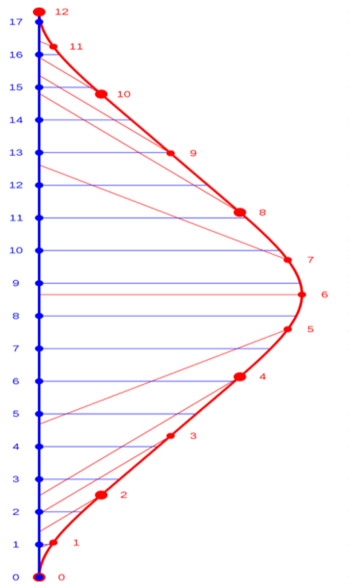
Kun alus kääntyy kotimatkalle, se jarruttaa, pysähtyy ja kiihdyttää menomatkan nopeuteen. Siinä ei tapahdu muuta kuin aluksen ajan hidastumisen kumuloituminen vähenee ja lakkaa pysähdyshetkellä, aluksen samanaikaisuusviivojen väli hetkeksi lyhenee, ja sen jälkeen hidastuminen jatkuu inertiaalissa samana kuin menomatkalla. Jos alus kääntyessä käyttää jonkin planeetan gravitaatiota hyväkseen nopeuttaan muuttamatta, ajan hidastuminen jatkuu entisellään.

Maahan palattuaan aluksen aika on jätättänyt meno- ja paluumatkan hidastumisen verran, ja aluksen kaksonen on ikääntynyt tuon verran Maan kaksosta vähemmän.

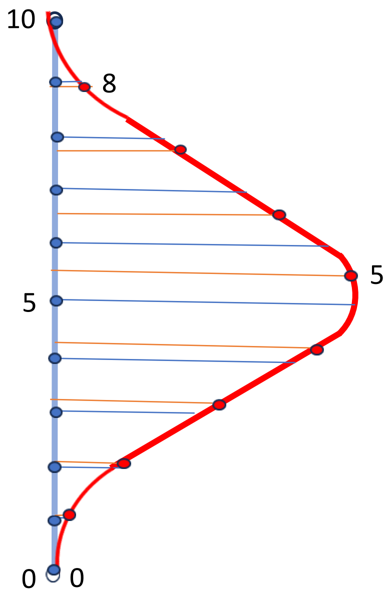
Maan ja aluksen Minkowski-diagrammi

Maan koordinaatistossa (t,x) aika-akseli t on sininen pystyviiva, Maan maailmanviiva, jossa Maa pysyy paikallaan kun x = 0, ja avaruusalus tekee matkaa x nopeudella v eli x = v·t punaista kaartavaa aluksen maailmanviivaa pitkin kääntöpisteeseen ja paluuseen maahan – kuvaa siis ajan funktiona aluksen kulkua ja etäisyyttä maasta. Aluksen maailmanviivan yhtälö voidaan kuvata paloissa maan t,x,y koordinaatistossa: alkukiihdytys + vapaalento inertiaalissa + käännös + vapaalento inertiaalissa paluu + loppujarrutus. Vapaalennossa nopeus ei muutu. Käännöksessä alus voi jarruttaa ja kiihdyttää tai kaartaa keskeiskiihtyvyydellä tai planeettaa kiertäen kiihdyttämättä.

Maahan palattuaan aluksen kellon havaitaan käyneen aikajaksoja vähemmän kuin maan kellon.



Wikin virheellinen diagrammi aikadilataatio *symmetrinen* sininen ja punainen
$\Delta t' = (\Delta t_2 + \Delta t_1) / \sqrt{[1- v(t_1)^2/c^2]}$



Oikea diagrammi – aikadilataatio *asymmetrinen*
$\Delta t' = (\Delta t_2 + \Delta t_1) / \sqrt{[1- v(t_1)^2/c^2]}$ sininen
$\Delta t' = (\Delta t_2 + \Delta t_1) \cdot \sqrt{[1- v(t_1)^2/c^2]}$ punainen

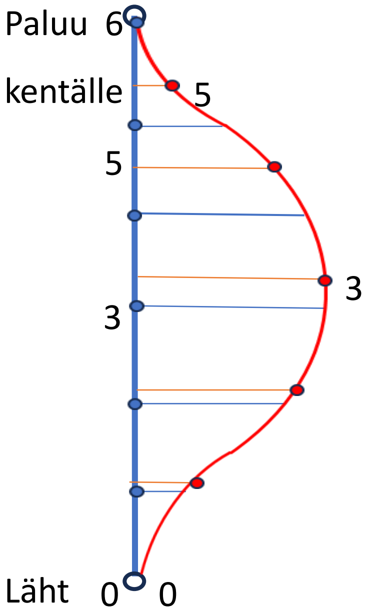
Kohteiden ajat Δt_1 = kiihdytysaika Δt_2 = tasaisen liikkeen aika, eivät vaikuta samaan aikaan.

Kuva 2. Kaksosparadoksin Minkowski diagrammi

Wikipedian diagrammissa ohuet samanaikaisuusviivat ovat virheellisesti erisuuntaiset, oikeassa diagrammissa samanaikaisuusviivat ovat yhdensuuntaiset.

Kaksosparadoksi Hafele-Keating kokeen atomikellon lennätys itään maapallon ympäri, kun itään lentäneen kellon lukema sen palattua kentälle on pienempi kuin kentän kellon lukema. Eli liikkuneen kellon aika on *hidastunut* kentän suhteen ja kentän kellon ajan liikkuva kello kokee *nopeutuneena* oman aikansa suhteen.

Hafele-Keating Minkowskin diagrammissa, kuva 3, samanaikaisuusviivat (ohuet siniset ja punaiset) osoittavat vain periaatteen samansuuntaisina, kun ovat liki yhtenevät todellisuudessa - aikaeroa vain kymmeniä nanosekunteja.



Aikadilataatio *asymmetrinen*

$\Delta t' = (\Delta t_2 + \Delta t_1) / \sqrt{[1 - v(t_1)^2/c^2]}$ sininen

$\Delta t' = (\Delta t_2 + \Delta t_1) \cdot \sqrt{[1 - v(t_1)^2/c^2]}$ punainen

Δt_1 = kohteen kiihdytysaika

Δt_2 = kohteen tasaisen liikkeen aika

nuo ajat eivät vaikuta samaan aikaan

Samanaikaisuusviivat todellisuudessa liki yhtenevät ja vain suunnat oikein

Kuva 3. Kaksosparadoksi Minkowski diagrammi Hafele–Keating lento itään

Hafele-Keating kokeen seurauksena kellojen saattajina itään lentäneet matkustajat ikääntyivät vähemmän kuin henkilöt lentokentällä.

Kaksosparadoksi Luotaimen lennätys Neptunukseen Toinen reaalinen mahdollisuus.

Kun Einsteinin kaksosparadoksi on vain ajatuskoe aluksen suunnattoman nopeuden vuoksi, käytännössä se voisi toteutua Hafele – Keating kokeen lisäksi avaruuslennolla.

Ajatellaan liikkuvana kohteena luotainta ja lähtöpistettä Maan radalla Aurinkoon lukitussa koordinaatistossa. Kun lähtökiihdytys kestää noin 10 min, sen aikainen aikadilataatio on marginaalinen. Ottaessaan vauhtia esim Jupiterin ratanopeudesta kiihdytys on myös lyhytaikainen lennon kokonaisaikaan verrattuna, joten sen merkitys aikadilataatioon on myös marginaalinen.

Jos luotaimen nopeus 12 km/s ja matka Neptunukseen 30 AU = 30*149'600'000 km, niin matka-aika on 4’500’000’000 km /12 km/s /3600/24/365 = 11,9 vuotta.

Inertiaalikehyksessään nopeudella 12 km/s luotaimen aikadilataatio maan suhteen Neptunukseen saavuttuaan on 0,4 s. ($\Delta t' = \Delta t \cdot \gamma$; jossa $\gamma \approx 1+ 0{,}5 \cdot v^2/c^2$)

Neptunuksen luo saapuessa alus kiertää sen painottomassa tilassa, eikä koe kiihtyvyyttä, ja ajan hidastuminen nopeuden funktiona jatkuu normaalisti.

Luotaimen palautus maahan (lyhytaikaisin kiihdytyksin) tuskin olisi mahdollista, mutta jos se palaisi, aikaero luotaimen ja maan kelloilla olisi likimain tuo 2 x 0,4 s.

Neptunuksen ratanopeudella ei ole mitään vaikutusta aikaeron syntymisessä, kun luotaimen kiihdytysvaiheessa sen ratanopeus on jo otettu huomioon, ja luotaimella on Neptunusta lähestyessään sen ratanopeus komponenttina nopeudessaan. Neptunuksen halkaisija noin 50'000 km, joten sen kierto vie ehkä ≥ 1,5 h.

Aikavertaus Maan ja luotaimen kellojen kesken pitäisi tehdä radiosignaalilla hetkellä, jolloin Maa on radallaan luotaimen lähtöpisteessä uudelleen.

(Luotaimen Neptunuksen matka tässä on vain periaatteellinen, enkä tiedä kaikkia tekijöitä, jotka pitäisi ottaa huomioon, mm Maan ratanopeus noin 30 km/s pitäisi huomioida lentosuunnassa.)

Alfa Centauriin suunniteltiin lähettää laserpotkuraketti vuonna 2017. Toteutumatta

https://tekniikanmaailma.fi/437-valovuoden-paassa-sijaitseva-alfa-centauri-voidaan-saavuttaa-20-avuksi-tulee-100-gigawatin-lasertykkipatteristo/

Luotaimen matka-aika *Maan koordinaatistossa* 4,36·v·c /(0,2·c) = **21,80 v** = **t'**
Luotaimen matka-aika *luotaimen koordinaatistossa* **t**
$\mathbf{t} = t' \sqrt{(1-v^2/c^2)} = t' \sqrt{(1- 0{,}2^2)} = t' \sqrt{0{,}96} = 21{,}8\text{v} \cdot 0{,}9797 = \mathbf{21{,}36\ v}$
Matka-aika lyhenisi luotaimella 0,44 v = 5½ kuukautta.
Jos raketti palaisi maahan, mahdollinen matkaaja olisi 11 kk kaveriaan nuorempi.
…….

Albert Hendrikille kertoi juuri uutisen tään suuren:
"Teoriamme tulkinnan on saanut aivan uuden,
katkes' teorian 'ymmärtäjäin' laho pajunköysi,
oppilas jo harmaahapsi erheemme kun löysi.
Onnittelut sulle ukko täältä tähtein takaa,
viimein teorian tulkinta on oikea ja vakaa.
Viekää pian uusi suhtis siellä tieteen mappiin,
nyt se laskee, vaikket uskois', kaiken aivan nappiin.